فصل پنجم طراحی تیرستون

تیر ستونها به قطعاتی گفته می‌شود که علاوه بر نیروی محوری در آنها لنگر خمشی نیز وجود داشته باشد. چون تیر ستونها اکثراً قطعاتی از یک قاب صلب می‌باشند، لذا باید نحوهٔ محاسبهٔ ضریب کمانش ستون (k) بیان شود وضعیت تکیه گاهی یک ستون در یک قاب صلب نه مفصل کامل و نه گیردار کامل می‌باشد.

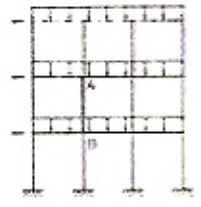
اگر فرم تغییر شکل یک ستون در یک قاب صلب بصورت یک تابع سینوسی فرض شود یک سری معادلات حاصل می‌شود که از حلّ آنها k بدست می‌آید.

اگر قاب مهاربندی شده باشد یعنی دارای حرکت جانبی نباشد معادله زیر حاصل می‌شود:

رابطهٔ I $$\frac{G_A.G_B}{4}\left(\frac{\pi}{k}\right)^2 + \frac{G_A+G_B}{2}\left(1-\frac{\pi/k}{\operatorname{tg}(\pi/k)}\right) + \frac{\operatorname{tg}(\pi/2k)}{\pi/2k} = 1 \qquad I$$

در رابطه فوق:

G_A نسبت مجموع سختی خمشی کلیه ستونهای متصل به گره صلب A به مجموع سختی خمشی کلیه تیرهای موجود در صفحه خمش و متصل به گره صلب A بوده و برابر است با:



$$G_A = \frac{\Sigma\,(EI/L)_{\text{ستونها}}}{\Sigma\,(EI/L)_{\text{تیرها}}}$$ (A)

G_B همان نسبت تعریف شده در G_A برای گره صلب B می‌باشد.

پس:

$$G_B = \frac{\Sigma\,(EI/L)_{\text{ستونها}}}{\Sigma\,(EI/L)_{\text{تیرها}}}$$ (B)

A و B دو انتهای ستون مورد نظر می‌باشند.

E مدول یانگ فولاد بوده و چون در یک سازه فولادی E همه اعضاء یکسان می‌باشد بنابراین:

$$G_A = \frac{\Sigma\,(I/L)_{\text{ستونها}}}{\Sigma\,(I/L)_{\text{تیرها}}} \quad (A) \qquad \text{و} \qquad G_B = \frac{\Sigma\,(I/L)_{\text{ستونها}}}{\Sigma\,(I/L)_{\text{تیرها}}} \quad (B)$$

در روابط فوق I همان اینرسی مقطع عضو حول محور خمش می‌باشد.

باید دقت کرد که اتصال تیرها در صفحهٔ خمش (قاب مورد نظر) به جان ستون می‌باشد یا به بال ستون. اگر تیر به جان ستون متصل شده باشد آنگاه I_y مقطع ستون و اگر تیر به بال ستون متصل شده باشد آنگاه I_x مقطع ستون وارد محاسبات می‌شود. چون تیرها عموماً طوری قرار می‌گیرند که محور خمشی آنها محور x مقطع است لذا عموماً I_x تیرها در محاسبات شرکت می‌کند.

پس از محاسبهٔ G_A و G_B با جایگذاری در معادله I و با استفاده از روش آزمون و خطا مقدار k بدست می‌آید. در قابهای بدون حرکت جانبی $k \leq 1$ می‌باشد. که محافظه کارانه مطابق نظر آیین نامه ایران برای ستون های این قاب‌ها $k=1.0$ درنظرگرفته می شود

اگر قاب دارای انتقال جانبی باشد برای محاسبهٔ k مقدار G_B, G_A را در معادله زیر قرار داده و از آزمون و خطا استفاده می‌شود:

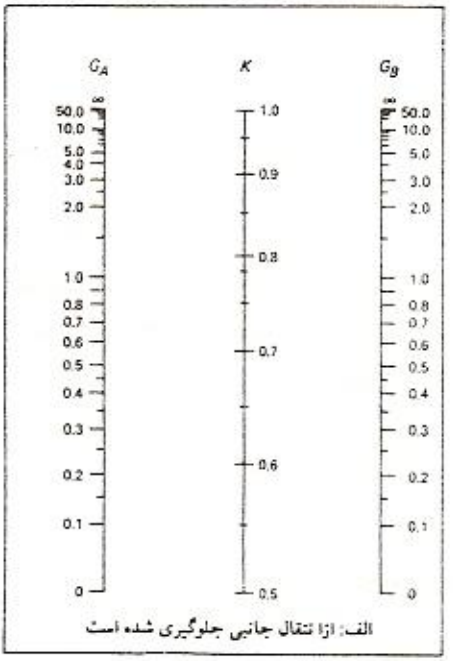
رابطهٔ II
$$\frac{(G_A.G_B)_{.}(\pi/k)^2 - 36}{6 \times (G_A+G_B)} = \frac{\pi.k}{tg(\pi/k)}$$

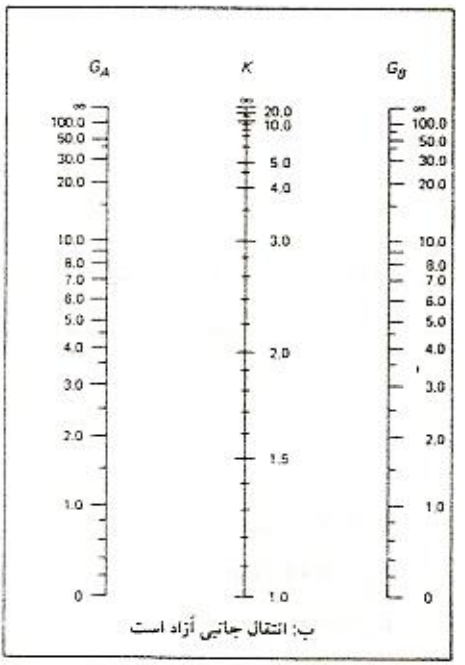
در حالتیکه قاب آزادی حرکت جانبی داشته باشد $k \geq 1$ خواهد بود.

در عمل حلّ معادلات I و II طولانی و وقت گیر می‌باشد لذا از نموگراف که بمنظور تعیین k تهیه شده است استفاده می‌شود. ابتدا مقادیر G_A , G_B محاسبه شده آنگاه آن مقادیر در نموگراف برروی محورهای مربوطه مشخص می‌شوند. دو نقطه بدست آمده را با یک خط راست بهم وصل کرده تا این خط محور k را در دریک نقطه قطع کند عددنظیر این نقطه مقدارk رامشخص می کند

در استفاده نموگراف اگر پای ستون گیردار باشد، اگر چه از نظر تئوری $G=0$ می‌باشد اما چون در عمل گیرداری کامل وجود ندارد در محاسبات $G=1$ منظور می‌شود و اگر انتهای ستون مفصلی باشد اگر چه در تئوری $G=\infty$ می‌باشد امّا در محاسبات $G=10$ در نظر گرفته می‌شود.

تذکّر: اگر انتهای دیگر تیر متصل به ستون بصورت مفصلی یا گیردار باشد، مقدار





$$K = \frac{3G_AG_B + 1.4(G_A + G_B) + 0.64}{3G_AG_B + 2(G_A + G_B) + 1.28}$$

$$K = \sqrt{\frac{1.6G_AG_B + 4(G_A + G_B) + 7.5}{G_A + G_B + 7.5}}$$

ـ نمودار تعیین ضریب طول مؤثر در قابها

شکل کمانشی ستون به‌وسیلهٔ خط چین نشان داده شده است	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
مقادیر تئوریک K	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
مقادیر توصیه‌شده برای طراحی	0.65	0.80	1.0	1.2	2.10	2.0
شرایط انتهائی	انتقال گیردار چرخش گیردار انتقال گیردار چرخش آزاد انتقال آزادچرخش گیردار انتقال آزادچرخش آزاد					

ضریب طول مؤثر کمانش چند ستون متعارف

سختی خمش آن تیر $(\frac{I}{L})$ برای محاسبه مقادیر G_A و یا G_B در ضرائب زیر ضرب می‌شود.

I) از انتقال جانبی دو انتهای ستون جلوگیری شده است:

1.5 = ضریب ⇐ انتهای دیگر تیر مفصلی است

2 = ضریب ⇐ انتهای دیگر تیر گیردار است

II) انتقال جانبی دو انتهای ستون آزاد است :

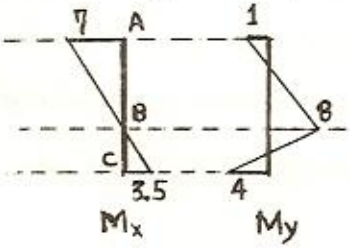
0.5 = ضریب ⇐ انتهای دیگر تیر مفصلی است

برای کنترل یک تیر ستون که تحت خمش دو محوره می‌باشد عموماً دو تا مقطع از آن کنترل می‌شود:

1 ـ مقطعی که در آن M_x ماکزیمم است.

2 ـ مقطعی که در آن M_y ماکزیمم است.

البته با توجه به قضاوت مهندسی ممکن است لازم شود مقاطع دیگری نیز کنترل شود مثلاً اگر برای یک ستون دیاگرامهای لنگر بفرض بصورت مقابل باشد هر سه مقطع C,B,A باید کنترل شود، اگر چه M_x ماکزیمم در مقطع A و M_y ماکزیمم در مقطع B می‌باشد اما با توجه به مقادیر زیر مقطع C نیز باید کنترل شود:



مقطع A ‖ $M_x=7$ ، $M_y=1$ ‖ مقطع B ‖ $M_x=0$ ، $M_y=8$ ‖ مقطع C ‖ $M_x = 3.5$ ، $M_y = 4$

برای کنترل هر مقطع مقادیر نیروهای داخلی (M_y, M_x, P) مربوط به همان مقطع در محاسبات بکار برده می‌شود.

بطور خلاصه مراحل زیر برای کنترل یک مقطع از تیر ستون تحت خمش دو محوره

انجام می‌شود:

1 ـ مقادیر k_x و k_y با توجه به توضیحات قبلی محاسبه می‌شود.

2 ـ ضرائب لاغری ستون از روابط $\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{\lambda_x}$ و $\lambda_y = \frac{k_y.L_y}{\lambda_y}$ محاسبه می‌شود.

3 ـ λ_{max} از بین دو λ فوق انتخاب شده و با مراجعه به جداول مربوطه و یا با استفاده از فرمولهای گفته شده مقدار تنش مجاز محوری ستون (F_a) تعیین می‌شود.

4 ـ مقدار تنش فشاری محوری از رابطهٔ $f_a=\frac{P}{A}$ محاسبه می‌شود. A سطح مقطع ستون می‌باشد.

5 ـ مقادیر تنشهای خمشی موجود از روابط زیر بدست می‌آید.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} \quad , \quad f_{by} = \frac{M_y}{W_y}$$

W_x و W_y اساس مقطع حول محورهای x و y می‌باشد.

6 ـ مقادیر تنشهای مجاز خمشی تیر ستون حول محورهای x و y مقطع (F_{by},F_{bx}) براساس روشهای گفته شده در فصول اول و دوم محاسبه می‌شوند.

ـ در محاسبهٔ تنش مجاز خمشی برای تیر ستونها $C_b=1$ منظور شود.

همانگونه که قبلاً بیان شده در اعضای با مقطع قوطی تنش مجاز خمشی نسبت به هر دو محور قوی و ضعیف مقطع بصورت زیر محاسبه می‌شوند:

در مقاطع فشرده $F_{bx} = F_{by} = 0.66\ F_y$

در مقاطع غیر فشرده $F_{bx} = F_{by} = 0.6\ F_y$

شرایط مقطع فشرده و غیر فشرده برای مقاطع قوطی در بند 10-1-2-3 مقررات ملی ساختمانی ایران آمده است.

7 ـ مقدار $\frac{f_a}{F_a}$ را محاسبه کرده اگر $\frac{f_a}{F_a} \leq 0.15$ باشد در اینصورت کنترل مقطع بصورت زیر می‌باشد.

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1$$

اگر $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ باشد مراحل زیر باید ادامه پیدا کند.

8 ـ در صورتیکه $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ باشد روابط کنترل کننده بصورت زیر می‌باشد:

الف)
$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1$$

ب)
$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}.f_{bx}}{F_{bx}(1- f_a/F'_{ex})} + \frac{C_{my}.f_{by}}{F_{by}(1- f_a/F'_{ey})} \leq 1$$

C_m: ضریبی است که به وضعیت قاب و بارهای جانبی وارده بستگی داشته و بصورت زیر محاسبه می‌شود:

I) اگر قاب بدون بادبندی باشد یعنی انتقال جانبی آن آزاد باشد و بار جانبی وارد به میان ستون وجود نداشته باشد آنگاه : $C_m=0.85$

II) در قابهایی که از دوران انتهای ستون جلوگیری شده (قابهای صلب) و قاب آزادی انتقال جانبی نداشته باشد و بار جانبی به میان ستون وارد نشود C_m از رابطهٔ زیر بدست می‌آید :

$$C_m = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4$$

در این رابطه $\frac{M_1}{M_2}$ نسبت لنگر کوچکتر به لنگر بزرگتر دو انتهای آزاد ستون بوده و مثبت است اگر عضو انحنای مضاعف داشته باشد و منفی است اگر عضو انحنای ساده داشته باشد.

III) در قابهای بدون حرکت جانبی که بار جانبی به میان ستون (بین دو انتهای ستون) وارد شده باشد برای قابهای صلب $C_m=0.85$ و برای قابهای مفصلی $C_m=1$ می‌باشد.

F'_e: تنش مجاز اولر بوده و از روابط زیر بدست می‌آید :

$$F'_{ex} = \frac{12}{23} \cdot \frac{\pi^2 E}{\lambda_x^2} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^2}$$
$$F'_{ey} = \frac{12}{23} \cdot \frac{\pi^2 E}{\lambda_y^2} = \frac{105\times10^5}{\lambda_y^2}$$

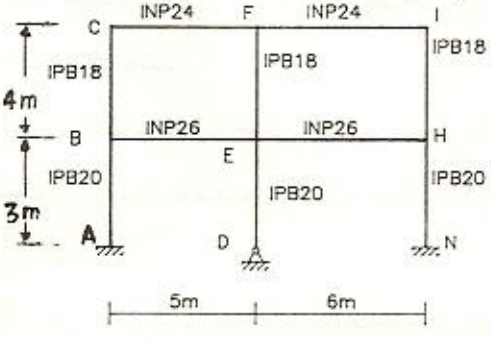
تذکر 1 : درکتاب مقررات ملی ساختمانی ایران بیان شده‌است که: در معادله (ب) وقتی بارگذاری جانبی بین تکیه گاهها موجود است باید f_{bx} و f_{by} را براساس لنگر بین تکیه‌گاهی محاسبه کرد و در رابطهٔ (الف) آنها را براساس لنگر تکیه‌گاهی . در صورتیکه بارگذاری جانبی نداشته باشیم، تنشهای ذکر شده براساس بیشینهٔ لنگر محاسبه می‌شوند.

در این مورد آئین نامهٔ AISC توضیح نداده و تفکیکی قائل نشده است لذا در مسائلی که در این کتاب دارای شرائط مذکور می‌باشند در جهت اطمینان از آئین‌نامهٔ AISC تبعیت شده و بیشینهٔ تنشها در روابط به کار برده شده است.

تذکر 2 : هنگامی که سازه تحت بارهای ناشی از زلزله یا باد محاسبه می‌شود در طراحی قطعات می‌توان مقادیر تنشهای مجاز F_a ، F_{bx} ، F_{by} ، $0.6F_y$ ، F'_{ex} ، F'_{ey} را 33% افزایش داد.

مسأله

در قاب صلب زیر که فاقد مهاربندی جانبی می‌باشد تیرها به بال ستونها متصل شده‌اند. ضریب کمانش ستونها را محاسبه کنید.



حل)

در محاسبات، I_x تیرها بکار می‌رود و چون تیرها به بال ستونها متصل شده‌اند پس I_x ستونها نیز در محاسبات شرکت می‌کنند. با مراجعه به جدول پروفیلها مقادیر زیر بدست می‌آید:

$I_{x\ INP24} = 4250\ cm^4$ $\qquad$ $I_{x\ IPB18} = 3830\ cm^4$

$I_{x\ INP26} = 5740\ cm^4$ $\qquad$ $I_{x\ IPB20} = 5700\ cm^4$

برای محاسبهٔ k باید از نموگراف مربوط به قابهای دارای آزادی انتقال جانبی استفاده کرد.

محاسبهٔ k_x ستون AB:

$$\begin{cases} G_A = 1 & \text{چون A گیردار می‌باشد} \\ G_B = \dfrac{\Sigma\ I/L\ \text{ستونها}}{\Sigma I/L\ \text{تیر}} = \dfrac{5700/300 + 3830/400}{5740/500} = 2.49 \end{cases} \Rightarrow k_{AB} = 1.5$$

ستون BC:

$$G_B = 2.49 \text{ و } G_C = \frac{3830/400}{4250/500} = 1.13 \qquad \Rightarrow k_{BC} = 1.54$$

ستون DE:

$$\begin{cases} G_D = 10 & \text{چون D مفصل می‌باشد} \\ G_E = \dfrac{5700/300 + 3830/400}{5740/500 + 5740/600} = 1.36 \end{cases} \Rightarrow k_{DE} = 1.98$$

ستون EF:

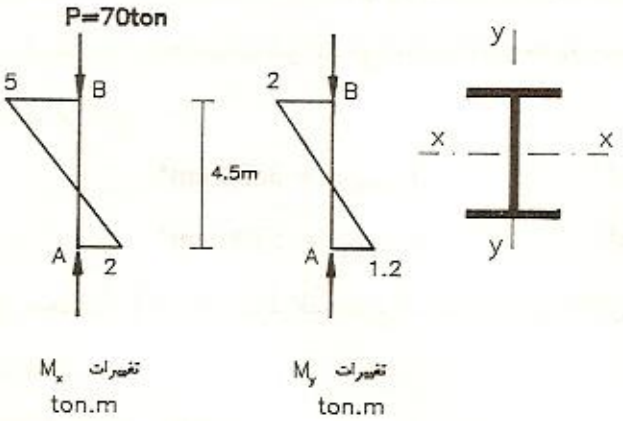
$$\begin{cases} G_E = 1.36 \\ G_F = \dfrac{3830/400}{4250/500 + 4250/600} = 0.61 \end{cases} \Rightarrow k_{EF} = 1.32$$

به همین ترتیب $k_{NH} = 1.52$ و $k_{III} = 1.6$ بدست می‌آید.

مسأله

ستون AB یکی از اجزاء قاب خمشی است که دارای مهار جانبی می‌باشد. اگر

$k_x=0.9$ و $k_y=0.75$ باشد، آن را با مقطع IPB طرح دهید. $F_y=2400\ \frac{kg}{cm^2}$



حل)

در این ستون کنترل مقطع B کافیست چون در مقطع B هم M_x و هم M_y ماکزیمم می‌باشد . ابتدا باید مقطعی برای ستون تخمین زده شود. فرض می‌شود تنش مجاز محوری ستون $F_a=1000\ \frac{kg}{cm^2}$ باشد پس :

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{70\times10^3}{1000} = 70\ cm^2$$

با توجه به اینکه ستون تحت لنگر خمشی نیز می‌باشد IPB24 با $A=106\ cm^2$ انتخاب و کنترل می‌شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{r_x} = \frac{0.9\times450}{10.3} = 39.3$$

$$\lambda_y = \frac{k_y.L_y}{r_y} = \frac{0.75\times450}{6.08} = 55.5$$

$$\lambda_{max} = 55.5 < 200 \quad o.k \quad \Rightarrow \quad F_a = 1199\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{70\times10^3}{106} = 660.4\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5\times10^5}{938} = 533\ \frac{kg}{cm^2} \quad و \quad f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{2\times10^5}{327} = 612\ \frac{kg}{cm^2}$$

تعیین تنش مجاز خمشی :

$$L_1 = 13b_f = 13\times24 = 312 < L_b = 450$$

$$F_{b2} = \frac{840000\, C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{450\times24/24\times1.7} = 3173\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow F_{bx} = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{by} = 0.75\ F_y = 1800\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{660.4}{1199} = 0.55 > 0.15$$

چون $\frac{f_a}{F_a}>0.15$ است پس دوتا رابطه کنترلی وجود خواهد داشت:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{660.4}{1440} + \frac{533}{1440} + \frac{612}{1800} = 1.17>1 \quad N.G$$

IPB24 ضعیف بوده و کنترل رابطه دوّم موردی ندارد.

نیمرخ IPB26 انتخاب و کنترل می‌شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{r_x} = \frac{0.9\times450}{11.2} = 36.2$$

$$\lambda_y = \frac{k_y.L_y}{r_y} = \frac{0.75\times450}{6.58} = 51.3$$

$$\lambda_{max} = 51.3 < 200 \quad o.k \Rightarrow F_a = 1223.5\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{70\times10^3}{118} = 593.2\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5\times10^5}{1150} = 435\ \frac{kg}{cm^2}\ ,\ f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{2\times10^5}{395} = 506.3\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{bx} = 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}\ ,\ F_{by} = 0.75\ F_y = 1800\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{593.2}{1223.5} = 0.48 > 0.15$$

$$\frac{f_a}{0.6F_y}+\frac{f_{bx}}{F_{bx}}+\frac{f_{by}}{F_{by}}=\frac{593.2}{1440}+\frac{435}{1440}+\frac{506.3}{1800}=0.995<1 \quad \text{o.k}$$

برای کنترل رابطهٔ دوّم پارامترهای زیر باید محاسبه شود:

محاسبهٔ C_{mx} و C_{my}:

چون قاب فضائی صلب بوده و در هر دو جهت فاقد آزادی انتقال جانبی است و همچنین برمیان ستون بار جانبی وارد نشده است پس :

$$C_{mx}=0.6-0.4\frac{M_1}{M_2}=0.6-0.4\times\frac{2}{5}=0.44>0.4 \Rightarrow C_{mx}=0.44$$

$$C_{my}=0.6-0.4\frac{M_1}{M_2}=0.6-0.4\times\frac{1.2}{2}=0.36<0.4 \Rightarrow C_{my}=0.4$$

باید توجه داشت که در روابط فوق مقدار $\frac{M_1}{M_2}$ مثبت می‌باشد چون دیاگرام لنگرها دارای نقطهٔ عطف بوده و در واقع ستون انحناء مضاعف دارد.

محاسبهٔ تنشهای مجاز اولر :

$$F'_{ex}=\frac{105\times10^5}{\lambda_x^2}=\frac{105\times10^5}{36.2^2}=8013\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F'_{ey}=\frac{105\times10^5}{\lambda_y^2}=\frac{105\times10^5}{51.3^2}=3990\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a}+\frac{C_{mx}.f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F'_{ex})}+\frac{C_{my}.f_{by}}{F_{by}(1-f_a/F'_{ey})}\le 1$$

$$\frac{593.2}{1223.5}+\frac{0.44\times435}{1440(1-593.2/8013)}+\frac{0.4\times506.3}{1800(1-593.2/3990)}=0.76<1 \text{ o.k}$$

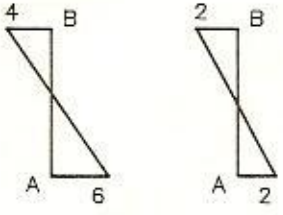
با توجه به نتایج کنترل روابط الف و ب نیمرخ IPB26 مناسب می باشد.

مسأله

ستون AB از یک نیمرخ IPB40 تشکیل شده است. این ستون یکی از اجزاء قاب فضائی خمشی است که بدون مهار جانبی است . اگر $k_x=k_y=1.6$ باشد، در دو حالت بار مجاز (P_a) را محاسبه نمائید. $F_y=2400\ \frac{kg}{cm^2}$

الف) نیروی محوری و لنگرها ناشی از بارهای قائم باشد.

ب) نیروی محوری و لنگرها ناشی از بارهای قائم همراه با بار زلزله باشد.



M_x (ton.m) M_y (ton.m)

حل)

الف) فرض اولیه این است که $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ باشد در اینصورت دوتا رابطهٔ کنترلی وجود دارد هرکدام نیروی کمتری را نتیجه دهد جواب مسأله است. با توجه به دیاگرام لنگرها مقطع A تعیین کننده می‌باشد پس :

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{6\times10^5}{2880} = 208.3 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{2\times10^5}{721} = 277.4 \frac{kg}{cm^2}$$

محاسبهٔ تنشهای مجاز :

$$L_1 = 13b_f = 13\times30 = 390 < L = 600$$

$$F_{b2} = \frac{840000\, C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000\times1}{600\times40/(30\times2.4)} = 2520$$

$$F_{b2} > 0.6\, F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow F_{bx} = 1440 \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{by} = 0.75\, F_y = 1800 \frac{kg}{cm^2}$$

کنترل رابطهٔ اول :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \le 1$$

$$\Rightarrow \frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{208.3}{1440} + \frac{277.4}{1800} \le 1 \Rightarrow f_a \le 1010 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} \Rightarrow \frac{P}{198} \leq 1010 \Rightarrow P \leq 199980\ kg \Rightarrow P \leq 199.98\ ton\ (I)$$

کنترل رابطهٔ دوّم :

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a/F'_{ex})} + \frac{C_{my} f_{by}}{F_{by}(1 - f_a/F'_{ey})} \leq 1$$

$$\lambda_x = \frac{k_x . L_x}{r_x} = \frac{1.6 \times 600}{17.1} = 56.1$$

$$\lambda_y = \frac{k_y . L_y}{r_y} = \frac{1.6 \times 600}{7.4} = 129.7$$

$$\lambda_{max} = 129.7 < 200 \quad o.k \Rightarrow F_a = 625\ \frac{kg}{cm^2}$$

با توجه به اینکه قاب فضائی در هر دو جهت x و y آزادی انتقال جانبی دارد و بار جانبی به میان ستون وارد نمی‌شود پس : $C_{mx} = C_{my} = 0.85$

محاسبهٔ تنشهای مجاز اولر :

$$F'_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{56.1^2} = 3336.3\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F'_{ey} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_y^2} = \frac{105 \times 10^5}{129.7^2} = 624.2\ \frac{kg}{cm^2}$$

از محاسبات قبلی مقادیر زیر بدست آمده بود:

$$f_{bx} = 208.3\ \frac{kg}{cm^2}\ ,\ f_{by} = 277.4\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{bx} = 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}\ ,\ F_{by} = 0.75F_y = 1800\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{P}{198}$$

$$\frac{P}{198 \times 625} + \frac{0.85 \times 208.3}{1440\left(1 - P/(198 \times 3336.3)\right)} + \frac{0.85 \times 277.4}{1800\left(1 - P/(198 \times 624.2)\right)} \leq 1$$

$$\frac{P}{123750} + \frac{0.123}{1 - P/660587.4} + \frac{0.131}{1 - P/123591.6} \leq 1$$

$$\Rightarrow P \leq 69600\ kg \Rightarrow P \leq 69.6\ ton \quad (II)$$

با مقایسهٔ دو نتیجه I و II بار مجاز ستون $P_a = 69.6\ ton$ می‌باشد.

کنترل فرض اوّلیه :

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{69.6\times10^3}{198} = 351.5\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{351.5}{625} = 0.56 > 0.15$$

پس فرض اولیه $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ درست می‌باشد.

ب)

با توجه به اینکه در اینحالت سازه تحت بار زلزله می‌باشد پس تنشهای مجاز F_a، F_{bx}، F_{by} و F'_e به اندازهٔ 33% افزایش داده می‌شوند و رابطهٔ دوم که تعیین کننده می‌باشد بصورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{P}{1.33\times123750}+\frac{0.123}{1.33\times(1-p/(1.33\times660587.4))}+\frac{0.131}{1.33\times(1-p/(1.33\times123591.6))} \le 1$$

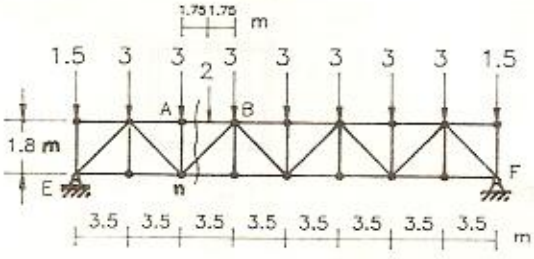
$$\Rightarrow \frac{P}{123750}+\frac{0.123}{1-P/878581.2}+\frac{0.131}{1-P/164376.8} \le 1.33 \Rightarrow P \le 103500\,kg$$

$$\Rightarrow P \le 103.5\ ton$$

پس جواب قسمت (ب)، $P_a = 103.5$ ton می‌باشد.

مسأله

در خرپای زیر قطعه AB را با دوناودانی متصل بهم با جوش سرتاسری طراحی کنید. $F_y = 2400\ \frac{kg}{cm^2}$



ton

حل)

ابتدا خرپا تحلیل شده و نیروی محوری قطعه AB محاسبه می‌شود:

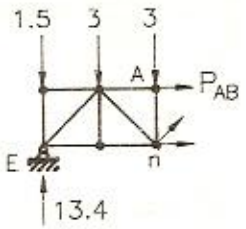
$$\Sigma M_F = 0$$

$$\Rightarrow 28R_E = 1.5\times28+3\times(24.5+21+17.5+14+10.5+7+3.5)+2\times19.25$$

$$\Rightarrow R_E = 13.375 \text{ ton} \approx 13.4 \text{ ton}$$

$$\Sigma M_n = 0 \Rightarrow P_{AB}\times1.8+13.4\times7=1.5\times7+3\times3.5$$

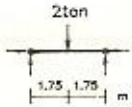
$$\Rightarrow P_{AB} = -40.5 \text{ ton}$$



بنابراین بر قطعه AB نیروی فشاری P=40.5 ton وارد می‌شود.

مقدار لنگر خمشی ماکزیمم وارد بر قطعه برابر است با:

$$M = \frac{2\times3.5}{4} = 1.75 \text{ ton.m}$$



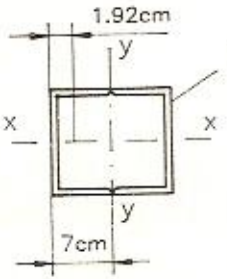
تنش مجاز محوری قطعه $F_a=1100 \frac{kg}{cm^2}$ فرض می‌شود:

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{40.3\times10^3}{1100} = 37 \text{ cm}^2$$

سهم هر ناودانی $A \geq \frac{37}{2} = 18.5 \text{ cm}^2$ می‌باشد و چون علاوه بر نیروی محوری، لنگر خمشی نیز وجود دارد دو [18 با $A=28 \text{ cm}^2$ انتخاب و کنترل می‌شود:

$$I_y = 2\times[114+28\times(7-1.92)^2] = 1673 \text{ cm}^4$$

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{1673}{2\times28}} = 5.47 \text{ cm}$$



$$\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{r_x} = \frac{1\times350}{6.95} = 50.4$$

$$\lambda_y = \frac{k_y.L_y}{r_y} = \frac{1\times350}{5.47} = 64$$

$$\lambda_{max} = 64 < 200 \text{ o.k} \Rightarrow F_a = 1147 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{40.5\times10^3}{2\times28} = 723 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{1.75\times10^5}{2\times150} = 583.3\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{723}{1147} = 0.63 > 0.15$$

محاسبهٔ تنش مجاز خمشی:

چون مقطع به شکل قوطی بوده و ویژگیهای آن در شرایط مندرج در بند 10-1-2-3 الف کتاب مقرارت ملّی ساختمان ایران صدق می‌کند بنابراین :

$$F_{bx} = 0.66F_y = 1584\ \frac{kg}{cm^2}$$

کنترل رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{723}{1440} + \frac{583.3}{1584} = 0.87 < 1 \quad o.k$$

کنترل رابطهٔ دوّم :

چون سازه بصورت قاب مفصلی و با مهاربندی بوده و در بین قطعه بار جانبی وارد شده است بنابراین $C_{mx} = 1$ می‌باشد.

$$F'_{ex} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^{\,2}} = \frac{105\times10^5}{50.4^2} = 4134\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}.f_{bx}}{F_{bx}(1- f_a/F'_{ex})} = \frac{723}{1147} + \frac{1\times583.3}{1584(1- 723/4134)} = 1.08 > 1 \text{ N.G}$$

بنابراین 2UNP 20 انتخاب و کنترل می‌شود:

$$I_y = 2\times [148+32.2\times(7.5-2.01)^2] = 2237\ cm^4$$

$$r_y = \sqrt{(\frac{I_y}{A})} = \sqrt{(\frac{2237}{2\times32.2})} = 5.9\ cm$$

$$\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{r_x} = \frac{1\times350}{7.7} = 45.5$$

$$\lambda_y = \frac{k_y.L_y}{r_y} = \frac{1\times350}{5.9} = 59.3$$

$$\lambda_{max} = 59.3 < 200 \quad o.k \quad \Rightarrow \quad F_a = 1176\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{40.5\times10^3}{2\times32.2} = 629 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{629}{1176} = 0.53 > 0.15$$

با توجه به محاسبات قبلی رابطهٔ اوّل جوابگو بوده و کنترل رابطهٔ دوم کافی می‌باشد:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}.f_{bx}}{F_{bx}(1- f_a/F'_{ex})} \le 1$$

$$F'_{ex} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105\times10^5}{45.5^2} = 5072 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{1.75\times10^5}{2\times191} = 458 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$C_{mx} = 1$$

$$F_{bx} = 0.66 \ F_y = 1584 \ \frac{kg}{cm^2}$$

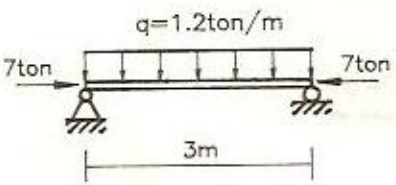
$$\frac{629}{1176} + \frac{1\times458}{1584(1- 629/5072)} = 0.86 < 1 \quad o.k$$

بنابراین 2 UNP 20 مناسب می‌باشد.

ـمسأله

مناسب بودن تیرستون زیر را که از نوع نیمرخ IPB16 می‌باشد بررسی کنید.

$$F_y = 2400 \ \frac{kg}{cm^2}$$



حل)

محاسبهٔ تنش مجاز محوری ستون :

$$\lambda_{max} = \frac{KL}{r_{min}} = \frac{1\times300}{4.05} = 74 \ \Rightarrow \ F_a = 1081 \ \frac{kg}{cm^2}$$

تنش محوری موجود برابر است با :

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{7\times10^3}{54.3} = 129\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{129}{1081} = 0.12 < 0.15$$

بنابراین رابطهٔ کنترل کننده بصورت زیر می‌باشد :

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \le 1$$

$$M_x = 0 \Rightarrow f_{bx} = 0$$

$$M_y = \frac{qL^2}{8} = \frac{1.2\times3^2}{8} = 1.35\ ton.m$$

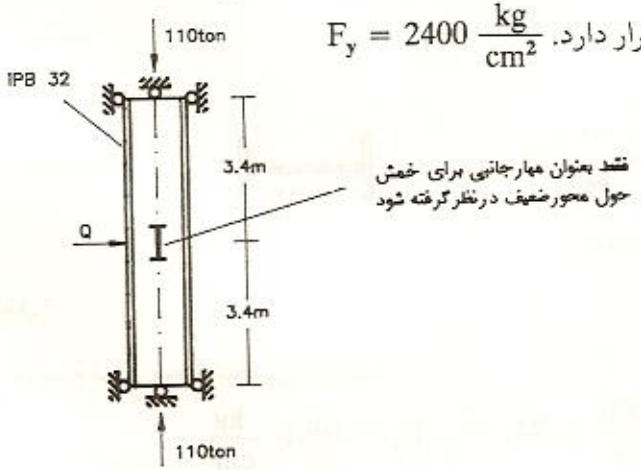
$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{1.35\times10^5}{111} = 1216\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{129}{1081} + \frac{1216}{1800} = 0.8 < 1 \quad o.k$$

بنابراین نیمرخ IPB16 مناسب می‌باشد.

مسأله

مقدار بار مجاز Q وارد بر وسط تیر ستون زیر را بدست آورید. فرض کنید که تیر ستون در هر دو جهت دو سر مفصلی بوده و یک تکیه‌گاه جانبی برای جهت ضعیف خمش در وسط ستون قرار دارد. $F_y = 2400\ \frac{kg}{cm^2}$



حل)

محاسبهٔ تنش مجاز محوری ستون :

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1\times680}{13.8} = 49.3$$

$$\lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{1\times340}{7.57} = 44.9$$

$$\lambda_{max} = 49.3 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1235\ \frac{kg}{cm^2}$$

تنش محوری موجود برابر است با :

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{110\times10^3}{161} = 683.2\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{683.2}{1235} = 0.55 > 0.15$$

بنابراین دو تا رابطهٔ کنترل کننده وجود دارد. هرکدام Qکمتری را نتیجه دهد آن Q جواب مسأله می‌باشد.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{QL}{4W_x} = \frac{Q\times680}{4\times1930} = 8.808\times10^{-2}Q$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{0}{W_y} = 0$$

محاسبهٔ تنش مجاز خمشی :

$$L_1 = 13b_f = 13\times30 = 390 > L_b = 340$$

$$L_2 = \frac{14\times10^5}{\frac{d\ .\ F_y}{A_f}} = \frac{14\times10^5}{\frac{32}{30\times2.05}\times2400} = 1121 > L_b = 340$$

بنابراین اتکاء جانبی برقرار است و چون مقطع فشرده می‌باشد پس

$F_{bx}=0.66F_y = 1584\ \frac{kg}{cm^2}$ است.

رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y}+\frac{f_{bx}}{F_{bx}} \le 1 \Rightarrow \frac{683.2}{0.6\times2400}+\frac{8.808\times10^{-2}Q}{1584} \le 1 \Rightarrow Q \le 9451\ kg$$

رابطهٔ دوّم :

$$C_{mx} = 1$$

$$F'_{ex} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^{\,2}} = \frac{105\times10^5}{49.3^2} = 4320\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a}+\frac{C_{mx}f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F'_{ex})} \le 1 \Rightarrow \frac{683.2}{1235}+\frac{1\times8.808\times10^{-2}Q}{1584(1-683.2/4320)} \le 1$$

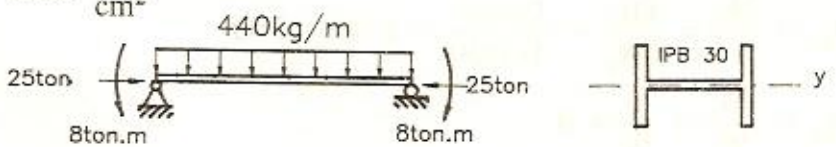
$$\Rightarrow Q \le 6764\ kg$$

بنابراین حداکثر بار مجاز $Q = 6.76\ ton$ می‌باشد.

مسأله.

مناسب بودن تیر ستون زیر را که از نوع نیمرخ IPB30 می‌باشد، بررسی کنید.

$$F_y = 2400\ \frac{kg}{cm^2}$$



حل)

$$\lambda_{max} = \lambda_y = \frac{kL}{r_y} = \frac{1\times450}{7.58} = 59.4 \Rightarrow F_a = 1176\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{25\times10^3}{149} = 167.8\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{167.8}{1176} = 0.14 < 0.15$$

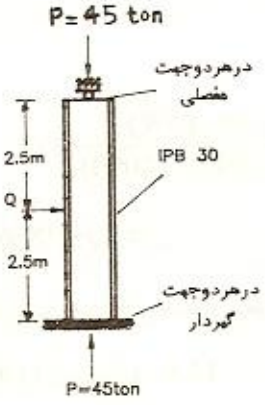
$$f_{bx} = 0 \quad , \quad f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{8\times10^5}{571} = 1401\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a}+\frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{167.8}{1176}+\frac{1401}{1800} = 0.92 < 1 \qquad o.k$$

بنابراین نیمرخ IPB30 مناسب می‌باشد.

مسأله.

در تیر ستون زیر که عضوی از یک قاب مهاربندی شده است حداکثر Q مجاز را بدست آورید. $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$



حل)

$$\lambda_{max} = \lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{0.8 \times 500}{7.58} = 52.8 \Rightarrow F_a = 1215 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{45 \times 10^3}{149} = 302 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{302}{1215} = 0.25 > 0.15$$

پس دو تا رابطه کنترل کننده وجود دارد. هر کدام Q کمتری را نتیجه دهد آن Q جواب مسأله است.

لنگر ماکزیمم در تکیه‌گاه بوده و برابر است با :

$$M_x = \frac{3QL}{16} = \frac{3Q \times 500}{16} = 93.75Q$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{93.75Q}{1680} = 5.58 \times 10^{-2} Q$$

رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{302}{1440} + \frac{5.58 \times 10^{-2} Q}{1440} \leq 1 \Rightarrow Q \leq 20394 \text{ kg}$$

رابطهٔ دوّم :

$$C_{mx} = 1$$

$$\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{r_x} = \frac{0.8\times500}{13} = 30.77$$

$$F'_{ex} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105\times10^5}{30.77^2} = 11090\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F'_{ex})} \le 1 \Rightarrow \frac{302}{1215} + \frac{1\times5.58\times10^{-2}Q}{1440(1-302/11090)} \le 1$$

$$\Rightarrow Q \le 18864$$

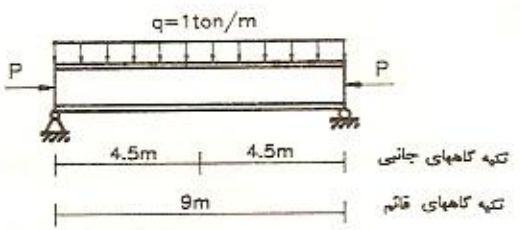
بنابراین حداکثر مقدار مجاز $Q = 18.86$ ton می‌باشد.

مسأله.

حداکثر بار محوری مجاز P را که برتیرستون زیر با نیمرخ IPB30 وارد می‌شود بدست آورید در حالیکه در دو انتها و وسط آن تکیه‌گاه جانبی وجود دارد.

الف) $F_y = 2400\ \frac{kg}{cm^2}$

ب) $F_y = 3600\ \frac{kg}{cm^2}$



حل)

$$M_{max} = \frac{qL^2}{8} = \frac{1\times9^2}{8} = 10.125\ \text{ton.m}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{10.125\times10^5}{1680} = 603\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\lambda_x = \frac{k_xL_x}{r_x} = \frac{1\times900}{13} = 69.2$$

$$\lambda_y = \frac{k_yL_y}{r_y} = \frac{1\times450}{7.58} = 59.4$$

الف) $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$

$\lambda_{max} = 69.2 < 200 \quad o.k \Rightarrow F_a = 1113 \frac{kg}{cm^2}$

چون مقدار P مجهول می‌باشد ابتدا فرض می‌شود که $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ باشد پس دو رابطهٔ کنترل کننده وجود دارد هر کدام P کوچکتری را نتیجه دهد آن P جواب مسأله خواهد بود .

رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} \le 1$$

محاسبهٔ تنش مجاز خمشی :

$L_1 = 13b_f = 13 \times 30 = 390 < L_b = 450$

$$F_{b2} = \frac{840000C_b}{Ld / A_f} = \frac{840000 \times 1}{450 \times 30 / (30 \times 19)} = 3547 \frac{kg}{cm^2}$$

$F_{b2} > 0.6F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2}$

$$\frac{f_a}{1440} + \frac{603}{1440} \le 1 \Rightarrow f_a \le 837 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} \Rightarrow \frac{P}{149} \le 837 \Rightarrow P \le 124713 \quad kg$$

رابطهٔ دوّم :

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a / F'_{ex})} \le 1$$

$C_{mx} = 1$

$$F'_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{69.2^2} = 2193 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{1113} + \frac{1 \times 603}{1440(1 - f_a / 2193)} \le 1 \Rightarrow f_a \le 506.5 \Rightarrow \frac{P}{A} \le 506.5$$

$$\Rightarrow \frac{P}{149} \le 506.5 \Rightarrow P \le 75468 \quad kg$$

کنترل فرض اوّلیه :

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{505}{1113} = 0.45 > 0.15$$

بنابراین فرض اولیه درست بوده و حداکثر بار مجاز $P=75.46$ ton می‌باشد.

ب) $F_y = 3600 \frac{kg}{cm^2}$

$$\lambda_{max} = 69.2 \Rightarrow F_a = 1505 \frac{kg}{cm^2}$$

با فرض اینکه $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ باشد دو رابطهٔ کنترل کننده وجود خواهد داشت :

رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} \le 1$$

محاسبهٔ تنش مجاز خمشی :

$$L_1 = \frac{635}{\sqrt{F_y}} b_f = \frac{635}{\sqrt{3600}} \times 30 = 317.5 < L_b = 450$$

$$F_{b2} = 3547 \frac{kg}{cm^2} > 0.6F_y = 2160 \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow F_{bx} = 2160 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{0.6\times3600} + \frac{603}{2160} \le 1 \Rightarrow f_a \le 1557 \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow \frac{P}{A} \le 1557$$

$$\Rightarrow \frac{P}{149} \le 1557 \Rightarrow P \le 231993 \text{ kg}$$

رابطهٔ دوّم :

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a / F'_{ex})} \le 1 \Rightarrow \frac{f_a}{1505} + \frac{1\times603}{2160(1-f_a / 2193)} \le 1$$

$$\Rightarrow f_a \le 827 \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow \frac{P}{149} \le 827 \Rightarrow P \le 123223 \text{ kg}$$

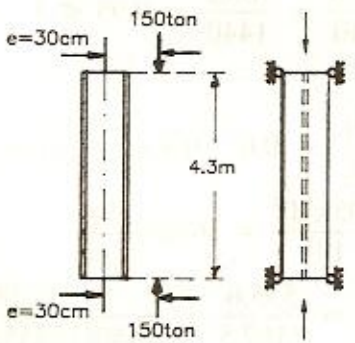
$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{827}{1505} = 0.55 > 0.15$$

بنابراین فرض اوّلیه درست بوده و حداکثر بار محوری مجاز وارد بر تیر ستون $P=123.2$ ton می‌باشد.

تذکر : استفاده از روابط اوّل و دوّم ذکر شده، برای حالتیکه $\frac{f_a}{F_a} \le 0.15$ باشد نیز درست می‌باشد یعنی کنترل تیر ستون با روابط اوّل و دوّم در هر دو حالت $\frac{f_a}{F_a} \le 0.15$ و $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ صادق می‌باشد. امّا در حالت $\frac{f_a}{F_a} \le 0.15$ برای ساده‌تر کردن حلّ مسأله می‌توان فقط از رابطهٔ کنترل کننده $\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \le 1$ استفاده کرد.

.مسأله

تیر ستون زیر را که عضوی از یک قاب مهاربندی شده بوده و تحت بار محوری $P = 150\ ton$ می‌باشد با نیمرخ IPB طرح دهید. این نیرو با خروج از مرکزیت $e = 30\ cm$ حول محور x مقطع لنگر خمشی ایجاد می‌کند. طول مؤثر ستون در کمانش را برابر با ارتفاع ستون در نظر بگیرید. $F_y = 2400\ \frac{kg}{cm^2}$.



حل)

با فرض اینکه تنش مجاز محوری ستون $F_a = 1000\ \frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه :

$$A \ge \frac{P}{F_a} = \frac{150\times10^3}{1000} = 150\ cm^2 \rightarrow IPB30,\ A = 149\ cm^2$$

با فرض اینکه تنش مجاز خمشی تیر ستون $F_{bx} = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه :

$$M_x = 150\times0.3 = 45\ ton.m$$

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{45\times10^5}{1440} = 3125\ cm^3 \Rightarrow \text{IPB 45, } W_x = 3550\ cm^3$$

با توجه به اینکه نیروی محوری و لنگر خمشی با هم وجود دارند نیمرخ IPB60 انتخاب و کنترل می‌شود :

$$\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{r_x} = \frac{1\times430}{25.2} = 17$$

$$\lambda_y = \frac{k_y.L_y}{r_y} = \frac{1\times430}{7.08} = 60.7 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1167.5\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{150\times10^3}{270} = 555.6\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{555.6}{1167.5} = 0.47 > 0.15$$

کنترل رابطهٔ اوّل :

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{45\times10^5}{5700} = 789.5\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{555.6}{1440} + \frac{789.5}{1440} = 0.93 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل رابطهٔ دوّم :

$$C_{mx} = 0.6 - 0.4\,(\frac{M_1}{M_2}) = 0.6 - 0.4\,(-\frac{45}{45}) = 1$$

$$F'_{ex} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105\times10^5}{17^2} = 36332\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}\,f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a / F'_{ex})} = \frac{555.6}{1167.5} + \frac{1\times789.5}{1440(1-555.6 / 36332)} = 1.03$$

با پذیرفتن مقداری ضعف، نیمرخ IPB60 جواب مسأله است.

مسأله

تیر ستونی را با نیمرخ IPB طرح دهید که برآن نیروی محوری فشاری P=80 ton و لنگر خمشی ثابت $M_x = 30\ ton.m$ وارد می‌شود. طول آن L=4.5m بوده و طول مؤثر آن درکمانش برابر طول ستون می‌باشد.

الف) $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$ ب) $F_y = 3600 \frac{kg}{cm^2}$

حل)

الف) با فرض اینکه تنش مجاز محوری ستون $F_a = 1000 \frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه :

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{80\times10^3}{1000} = 80 \text{ cm}^2$$

اگر تنش مجاز خمشی $0.6F_y$ فرض شود آنگاه :

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{30\times10^5}{0.6\times2400} = 2083 \text{ cm}^3$$

چون ترکیب نیروی محوری و لنگر خمشی وجود دارد پس نیمرخ IPB45 با $W_x = 3550 \text{ cm}^3$, $A = 218 \text{ cm}^2$ انتخاب و کنترل می‌شود :

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1\times450}{19.1} = 23.6$$

$$\lambda_y = \frac{k_y . L_y}{r_y} = \frac{1\times450}{7.33} = 61.4 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1163.5 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{80\times10^3}{218} = 367 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{367}{1163.5} = 0.31 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{30\times10^5}{3550} = 845 \frac{kg}{cm^2}$$

محاسبهٔ تنش مجاز خمشی :

$$L_1 = 13b_f = 13\times30 = 390 < L = 450$$

$$F_{b2} = \frac{840000C_b}{Ld / A_f} = \frac{840000\times1}{450\times45 / (30\times2.6)} = 3236 \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{b2} > 0.6F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2} \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2}$$

کنترل رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{367}{1440} + \frac{845}{1440} = 0.84 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل رابطهٔ دوّم :

چون لنگر خمشی در طول تیرستون ثابت می‌باشد پس :

$$C_{mx} = 1$$

$$F'_{ex} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^{\,2}} = \frac{105\times10^5}{23.6^2} = 18852\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a}+\frac{C_{mx}\,f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F'_{ex})}=\frac{367}{1163.5}+\frac{1\times845}{1440(1-367/18852)}=0.91<1 \quad o.k$$

بنابراین نیمرخ IPB45 مناسب می‌باشد.

ب) با فرض اینکه تنش مجاز محوری $F_a = 1500\ \frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه :

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{80\times10^3}{1500} = 53.3\ cm^2$$

اگر تنش مجاز خمشی $F_{bx} = 0.6F_y = 2160\ \frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه :

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{30\times10^5}{2160} = 1389\ cm^3$$

با توجه به اینکه نیروی محوری و لنگر خمشی با هم بر مقطع وارد می‌شود نیمرخ IPB34 با $A=171\ cm^2$ و $W_x=2160\ cm^3$ انتخاب و کنترل می‌شود :

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1\times450}{14.6} = 30.8$$

$$\lambda_y = \frac{k_y.L_y}{r_y} = \frac{1\times450}{7.53} = 59.8 < 200 \quad o.k \Rightarrow F_a = 1627\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{80\times10^3}{171} = 468\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{468}{1627} = 0.28 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{30\times10^5}{2160} = 1389\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$L_1<L_b\ ,\ F_{b2} > 0.6F_y \rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 2160\ \frac{kg}{cm^2}$$

کنترل رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{468}{0.6\times3600} + \frac{1389}{2160} = 0.86 < 1 \qquad \text{o.k}$$

کنترل رابطهٔ دوّم :

$$C_{mx} = 1$$

$$F'_{ex} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105\times10^5}{30.8^2} = 11068\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}\, f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F'_{ex})} = \frac{468}{1627} + \frac{1\times1389}{2160(1-468/11068)} = 0.96 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ IPB34 مناسب می‌باشد.

مسأله

اگر در تیر ستون مسأله 12.6 $P=55$ ton و $q=3\ \frac{ton}{m}$ باشد آن را با نیمرخ IPB طرح دهید. الف) $F_y = 2400\ \frac{kg}{cm^2}$ ب) $F_y = 3600\ \frac{kg}{cm^2}$

حل)

الف) $F_y = 2400\ \frac{kg}{cm^2}$

با فرض اینکه تنش مجاز محوری $F_a = 1000\ \frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه :

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{55\times10^3}{1000} = 55\ cm^2$$

$$M_x = \frac{qL^2}{8} = \frac{3\times9^2}{8} = 30.375\ \ ton.m$$

با فرض اینکه تنش مجاز خمشی $F_{bx}=0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه :

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{30.375\times10^5}{1440} = 2109\ cm^3$$

با توجه به مقادیر فوق نیمرخ IPB40 با $A=198\ cm^2$ و $W_x=2880\ cm^3$ انتخاب و کنترل می‌شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1\times900}{17.1} = 52.6$$

$$\lambda_y = \frac{k_y . L_y}{r_y} = \frac{1\times450}{7.4} = 60.8$$

$$\lambda_{max} = 60.8 < 200 \quad o.k \Rightarrow F_a = 1167 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{55\times10^3}{198} = 278 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{278}{1167} = 0.24 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{30.375\times10^5}{2880} = 1055 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$L_1 < L_b \ , \ F_{b2} > 0.6F_y \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \ \frac{kg}{cm^2}$$

کنترل رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{278}{0.6\times2400} + \frac{1055}{1440} = 0.93 < 1 \quad o.k$$

کنترل رابطهٔ دوّم :

$$C_{mx} = 1$$

$$F'_{ex} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^{\,2}} = \frac{105\times10^5}{52.6^2} = 3795 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F'_{ex})} = \frac{278}{1167} + \frac{1\times1055}{1440(1-278/3795)} = 1.029$$

با پذیرفتن مقداری ضعف نیمرخ IPB40 مناسب می‌باشد.

ب) $F_y = 3600 \ \frac{kg}{cm^2}$

با فرض اینکه تنش مجاز خمشی $F_{bx}=0.6F_y = 2160 \ \frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه :

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{30.375 \times 10^5}{2160} = 1406 \ cm^3$$

با توجه به اینکه نیروی محوری و لنگر خمشی با هم بر مقطع وارد می‌شود نیمرخ IPB32 با $W_x=1930 \ cm^3$ انتخاب و کنترل می‌گردد:

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1\times900}{13.8} = 65.2$$

$$\lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{1\times450}{7.57} = 59.4$$

$$\lambda_{max} = 65.2 < 200 \text{ o.k} \Rightarrow F_a = 1558.5 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{55\times10^3}{161} = 342 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{342}{1558.5} = 0.22 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{30.375\times10^5}{1930} = 1574 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$L_1 < L_b \ , \ F_{b2} > 0.6F_y \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 2160 \ \frac{kg}{cm^2}$$

کنترل رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{342}{0.6\times3600} + \frac{1574}{2160} = 0.89 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل رابطهٔ دوّم :

$$C_{mx} = 1$$

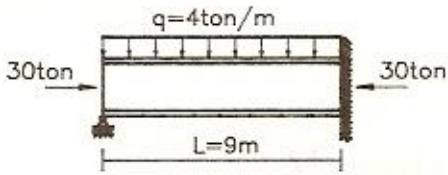
$$F'_{ex} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105\times10^5}{65.2^2} = 2470 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F'_{ex})} = \frac{342}{1558.5} + \frac{1\times1574}{2160(1-342/2470)} = 1.06 > 1 \quad \text{N.G}$$

نیمرخ IPB32 ضعیف‌می‌باشد و با توجه به نتایج فوق نیمرخ IPB34 جوابگو بوده و نیاز به محاسبه و کنترل نمی‌باشد پس جواب مسأله نیمرخ IPB34 است.

مسأله

تیر ستون زیر را با نیمرخ IPB طرح دهید. فرض کنید که تیر ستون دارای تکیه‌گاه جانبی پیوسته می‌باشد. $F_y = 2400 \ \frac{kg}{cm^2}$



حل)

لنگر ماکزیمم در تکیه گاه بوده و مقدار آن برابر است با :

$$M_{max} = \frac{qL^2}{8} = \frac{4\times 9^2}{8} = 40.5 \text{ ton.m}$$

چون مقطع فشرده بوده و تیرستون اتکاء جانبی دارد پس تنش مجاز خمشی آن $F_{bx}=0.66F_y = 1584 \frac{kg}{cm^2}$ می‌باشد.

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{40.5\times 10^5}{1584} = 2557 \text{ cm}^3$$

نیمرخ IPB40 با $W_x=2880 \text{ cm}^3$ انتخاب و کنترل می‌شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{0.8\times 900}{17.1} = 42.1$$

چون تیر ستون اتکاء جانبی دارد پس کمانش حول x تعیین کننده می‌باشد :

$$\lambda = 42.1 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1274 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{30\times 10^3}{198} = 152 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{152}{1274} = 0.12 < 0.15$$

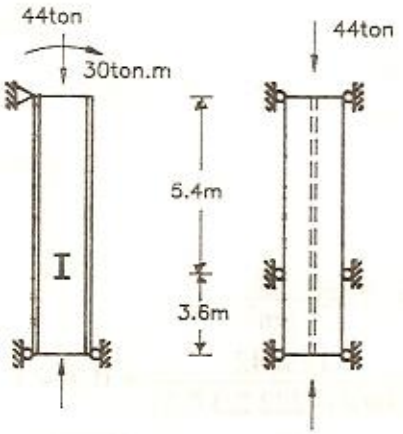
$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{40.5\times 10^5}{2880} = 1406 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{152}{1274} + \frac{1406}{1584} = 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ IPB40 مناسب می‌باشد.

مسأله

تیر ستون زیر را با نیمرخ IPB طرح دهید. $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$



حل)

با فرض اینکه تنش مجاز خمشی تیرستون $F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه:

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{30 \times 10^5}{1440} = 2083 \ cm^3$$

چون علاوه بر لنگر خمشی، نیروی محوری هم وجود دارد نیمرخ IPB40 با $W_x=2880 \ cm^3$ انتخاب و کنترل می‌شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1\times900}{17.1} = 52.6$$

$$\lambda_y = \frac{k_y . L_y}{r_y} = \frac{1\times540}{7.4} = 73$$

$$\lambda_{max} = 73 < 200 \quad o.k \Rightarrow F_a = 1088 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{44\times10^3}{198} = 222.2 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{222.2}{1088} = 0.2 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{30\times10^5}{2880} = 1042\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$F_{bx} = 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$$

کنترل رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{222.2}{1440} + \frac{1042}{1440} = 0.88 < 1 \quad o.k$$

کنترل رابطهٔ دوّم :

$$C_{mx} = 1$$

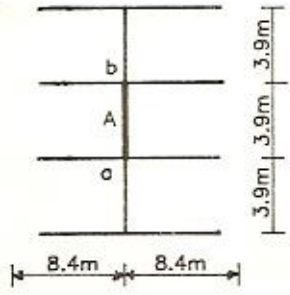
$$F'_{ex} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105\times10^5}{52.6^2} = 3795\ \frac{kg}{cm^2}$$

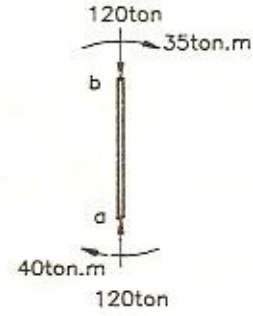
$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}\, f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F'_{ex})} = \frac{222.2}{1088} + \frac{1\times1042}{1440(1-222.2/3795)} = 0.97<1 \quad o.k$$

بنابراین نیمرخ IPB40 مناسب می‌باشد.

مسأله

ستون A در شکل زیر عضوی از یک قاب مهاربندی نشده است. آن را با نیمرخ IPB طرح دهید. کلیه تیرهای قاب از نوع نیمرخ IPE60 هستند. ستونها مشابه ستون A بوده و خمش ستون حول محور x مقطع می‌باشد. $F_y = 3600\ \frac{kg}{cm^2}$





حل)

با فرض اینکه تنش مجاز خمشی تیرستون $F_{bx} = 0.6F_y = 2160\ \frac{kg}{cm^2}$ باشد

آنگاه:

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{40 \times 10^5}{2160} = 1852\ cm^3$$

با توجه به بزرگ بودن نیروی محوری وارده نیمرخ IPB40 با $W_x = 2880\ cm^3$ انتخاب و کنترل می‌شود:

$$k_y = 1$$

$$G_a = G_b = \frac{\Sigma(I_x/L)_{\text{ستونها}}}{\Sigma(I_x/L)_{\text{تیرها}}} = \frac{2\times 57680/390}{2\times 92080/840} = 1.35 \Rightarrow k_x = 1.42$$

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1.42\times 390}{17.1} = 32.4$$

$$\lambda_y = \frac{k_y . L_y}{r_y} = \frac{1\times 390}{7.4} = 52.7$$

$$\lambda_{max} = 52.7 < 200 \quad o.k \Rightarrow F_a = 1714\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{120\times 10^3}{198} = 606\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{606}{1714} = 0.35 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{40\times 10^5}{2880} = 1389\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$L_1 < L_b\ ,\ F_{b2} > 0.6F_y \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 0.6\times 3600 = 2160\ \frac{kg}{cm^2}$$

کنترل رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{606}{0.6\times 3600} + \frac{1389}{2160} = 0.92 < 1 \quad o.k$$

کنترل رابطهٔ دوّم :

$$C_{mx} = 0.85$$

$$F'_{ex} = \frac{105\times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105\times 10^5}{32.4^2} = 10002\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}\, f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F'_{ex})} = \frac{606}{1714} + \frac{0.85\times 1382}{2160(1-606/10002)} = 0.94 < 1 \quad o.k$$

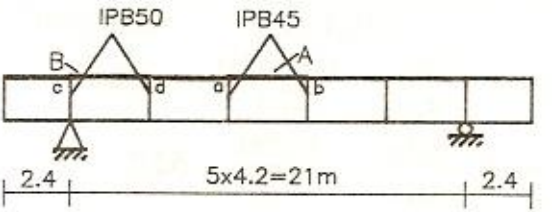
بنابراین نیمرخ IPB40 مناسب می‌باشد.

مسأله

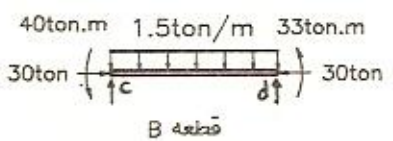
در خرپای ویرندیل (قاب صلب) زیر دو عضو A و B را با نیمرخ IPB طرح دهید. فرض کنید که بین قاب مذکور و یک قاب مشابه دیگر بموازات آن و در مجاورت آن بادبندی ساده وجود دارد.

$$F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$$

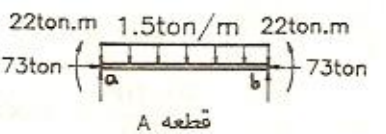
به غیراز A و B کلیه اعضاء فوقانی از نوع نیمرخ IPB60 می‌باشند.



فواصل مهارهای جانبی اعضاء 1.2m می باشد



قطعه B



قطعه A

حل)

طراحی قطعه A:

لنگر ماکزیمم در وسط قطعه بوده و برابر است با:

$$M_x = \frac{qL^2}{8} + 22 = \frac{1.5 \times 4.2^2}{8} + 22 = 25.3 \text{ ton.m}$$

با فرض اینکه تنش مجاز خمشی قطعه برابر $F_{bx} = 0.66F_y = 1584 \frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه:

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{25.3 \times 10^5}{1584} = 1597.2 \text{ cm}^3$$

با توجه به اینکه علاوه بر لنگر خمشی، نیروی محوری نیز وجود دارد نیمرخ IPB40 با $W_x=2880\ cm^3$ انتخاب و کنترل می‌شود:

$$k_y = 1$$

$$G_a=G_b=\frac{\Sigma(I_x/L)\text{ستونها}}{\Sigma(I_x/L)\text{تیرها}} = \frac{(I_x / L)\ IPB60+ (I_x /L)\ IPB40}{(I_x /L)\ IPB45}$$

$$= \frac{(171000 / 4.2)+ (57680 / 4.2)}{(79890 / 3.75)} = 2.6$$

نموگراف قاب با آزادی انتقال جانبی $\Rightarrow k_x = 1.72$

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1.72\times420}{17.1} = 42.2$$

$$\lambda_y = \frac{k_y.L_y}{r_y} = \frac{1\times120}{7.4} = 16.2$$

$$\lambda_{max} = 42.2 < 200 \quad o.k \quad \Rightarrow \quad F_a = 1273.5\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{73\times10^3}{198} = 369\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{369}{1273.5} = 0.29 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{25.3\times10^5}{2880} = 878\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$L_1 = 13b_f = 13\times30 = 390 > L_b = 120$$

$$L_2 = \frac{14\times10^5}{\frac{d}{A_f}.F_y} = \frac{14\times10^5}{\frac{40}{30\times2.4}\times2400} = 1050 > L_b$$

بنابراین اتکاء جانبی قطعه برقرار بوده و چون مقطع فشرده می‌باشد تنش مجاز خمشی $F_{bx} = 0.66F_y = 1584\ \frac{kg}{cm^2}$ است.

کنترل رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{369}{1440} + \frac{878}{1584} = 0.81 < 1 \quad o.k$$

کنترل رابطهٔ دوّم :

$$C_{mx} = 1$$

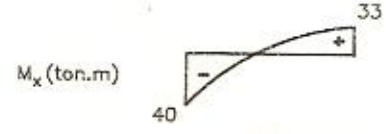
$$F'_{ex} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^{\,2}} = \frac{105\times10^5}{42.2^2} = 5896\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a}+\frac{C_{mx}\,f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F'_{ex})}=\frac{369}{1273.5}+\frac{1\times878}{1584(1-369/5896)}=0.88<1 \quad o.k$$

بنابراین نیمرخ IPB40 مناسب می‌باشد.

طراحی قطعهٔ B :

دیاگرام تغییرات لنگر خمشی در این قطعه بصورت مقابل می‌باشد.



با فرض اینکه تنش مجاز خمشی قطعه $F_{bx} = 0.6F_y = 1440\ \frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه :

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{40\times10^5}{1440} = 2778\ cm^3$$

با توجه به اینکه نیروی محوری وارد بر قطعه کوچک می‌باشد نیمرخ IPB40 با W_x $2880\ cm^3$ انتخاب و کنترل می‌شود :

$$G_c=\frac{(I_x/L)IPB60+(I_x/L)IPB40}{(I_x/L)IPB50}=\frac{(171000/2.4)+(57680/4.2)}{(107200/3.75)}=3$$

$$G_d=\frac{(I_x/L)IPB40+(I_x/L)IPB60}{(I_x/L)IPB50}=\frac{(57680/4.2)+(171000/4.2)}{(107200/3.75)}=1.9$$

با استفاده از نموگراف مربوط به قابهای با آزادی انتقال جانبی بدست می‌آید:

$$k_x = 1.7$$

$$\lambda_x = \frac{k_x.L_x}{r_x} = \frac{1.7\times420}{17.1} = 42$$

$$\lambda_y = \frac{k_y.L_y}{r_y} = \frac{1\times120}{7.4} = 16.2$$

$$\lambda_{max} = 42 < 200 \quad \text{o.k} \quad \Rightarrow \quad F_a = 1275 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{30\times10^3}{198} = 151.5 \ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{151.5}{1275} = 0.12 < 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{40\times10^5}{2880} = 1389 \ \frac{kg}{cm^2}$$

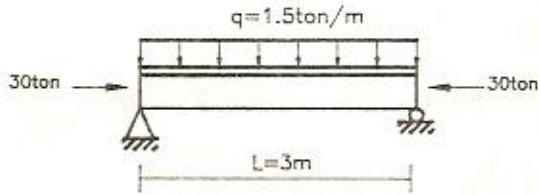
$L<L_1,L_2$ مقطع فشرده بوده $\Rightarrow \quad F_{bx} = 0.66F_y = 1584 \ \frac{kg}{cm^2}$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{151.5}{1275} + \frac{1389}{1584} = 0.99 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ IPB40 مناسب می‌باشد.

مسأله

تیر ستون زیر را با نیمرخ سپری که از نصف شدهٔ نیمرخ نوع IPB تشکیل شده باشد طرح دهید. تیر ستون در دو انتها دارای تکیه‌گاه جانبی است. $F_y = 2400 \ \frac{kg}{cm^2}$

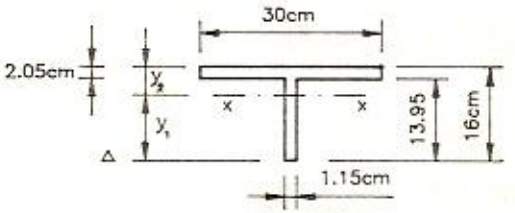


حل)

با فرض اینکه تنش مجاز محوری تیر ستون $F_a = 800 \ \frac{kg}{cm^2}$ باشد آنگاه:

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{30\times10^3}{800} = 37.5 \ cm^2$$

با توجه به اینکه علاوه بر نیروی محوری، لنگر خمشی نیز بر مقطع وارد می‌شود نیم شده نیمرخ IPB32 انتخاب و کنترل می‌شود:



تعیین محلّ تار خنثی مقطع :

$$S_A = 30\times2.05\times(16-\frac{2.05}{2}) + 1.15\times13.95\times\frac{13.95}{2} = (\frac{161}{2})\times y_1 \quad \text{گشتاور استاتیک}$$

$$\Rightarrow y_1 = 12.8 \text{ cm} \quad \Rightarrow y_2 = 3.2\text{cm}$$

محاسبهٔ ممان اینرسی مقطع حول محور x:

$$I_x = \frac{30\times2.05^3}{12} + 30\times2.05\times(3.2-\frac{2.05}{2})^2 + \frac{1.15\times13.95^3}{12}$$

$$+ 1.15\times13.95\times(12.8-\frac{13.95}{2})^2 \Rightarrow I_x = 1117 \text{ cm}^4$$

$$r_x = \sqrt{(\frac{I_x}{A})} = \sqrt{(\frac{1117}{161/2})} = 3.72 \text{ cm}$$

$$\lambda_{max} = \lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1\times300}{3.72} = 80.6 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1035 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{30\times10^3}{161/2} = 373 \frac{kg}{cm^2}$$

$$M_x = \frac{qL^2}{8} = \frac{1.5\times3^2}{8} = 1.69 \text{ ton.m}$$

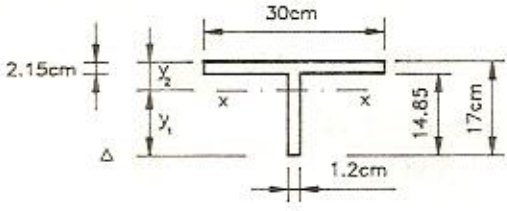
کنترل بال کششی :

$$f_{bt} = -f_a + \frac{M_x.y_1}{I_x} = -373 + \frac{1.69\times10^5\times12.8}{1117} = 1564 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{bt} > F_{bt} = 0.6F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2} \quad N.G.$$

بنابراین سپری ناشی از نیم شدن نیمرخ IPB32 ضعیف می‌باشد.

نیم شده نیمرخ IPB34 کنترل می‌شود :



$$S_\Delta = 30\times2.15\times(17-\frac{2.15}{2}) + 14.85\times1.2\times\frac{14.85}{2} = (\frac{171}{2})\times y_1$$

$$\Rightarrow y_1 = 13.56 \text{ cm} \quad \Rightarrow y_2 = 17-13.56 = 3.44 \text{ cm}$$

$$I_x = \frac{30\times2.15^3}{12} + 2.15\times30\times(3.44-\frac{2.15}{2})^2 + \frac{1.2\times14.85^3}{12}$$

$$+ 1.2\times14.85\times(13.56-\frac{14.85}{2})^2 = 1383 \text{ cm}^4$$

$$r_x = \sqrt{(\frac{I_x}{A})} = \sqrt{(\frac{1383}{171/2})} = 4.02 \text{ cm}$$

$$\lambda_{max} = \lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1\times300}{4.02} = 74.6 < 200 \quad o.k \Rightarrow F_a = 1077 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{30\times10^3}{171/2} = 351 \frac{kg}{cm^2}$$

کنترل بال کششی :

تنش مجاز بال کششی $F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2}$

$$f_{bt} = -f_a + \frac{M_x \cdot y_1}{I_x} = -351 + \frac{1.69\times10^5\times13.56}{1383} = 1306 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{bt} < 0.6F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2} \quad o.k$$

کنترل بال فشاری :

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{351}{1077} = 0.32 > 0.15$$

چون نیمرخ سپری است و L_2 و L_1 و $L<L_1$ می‌باشد پس :

$F_{bc} = 0.6F_y = 1440 \frac{kg}{cm^2}$ تنش مجاز بال فشاری

$$f_{bx} = \frac{M_x \cdot y_2}{I_x} = \frac{1.69\times10^5\times3.44}{1383} = 420.4 \frac{kg}{cm^2}$$

کنترل رابطهٔ اوّل :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} \leq 1$$

$$\frac{351}{1440} + \frac{420.4}{1440} = 0.54 < 1 \qquad o.k$$

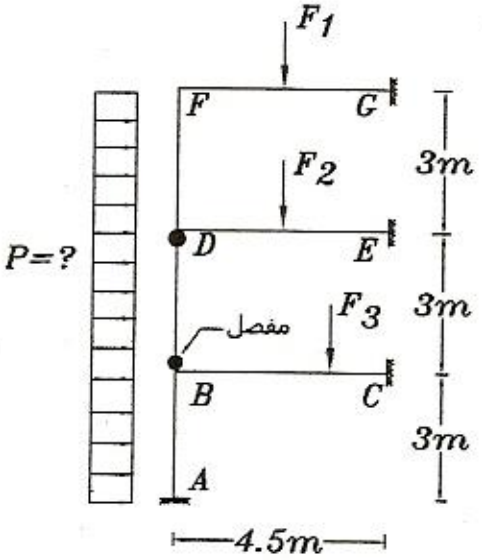
کنترل رابطهٔ دوّم :

$$C_{mx} = 1 \text{ و } F'_{ex} = \frac{105\times10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105\times10^5}{74.6^2} = 1887 \frac{kg}{cm^2}$$

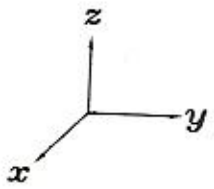
$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F'_{ex})} = \frac{351}{1077} + \frac{1\times420.4}{1440(1-351/1887)} = 0.69 < 1 \quad o.k$$

بنابراین سپری ایجاد شده از نیم شدن نیمرخ IPB34 جواب مسأله می‌باشد.

نمونه مسائل امتحانی

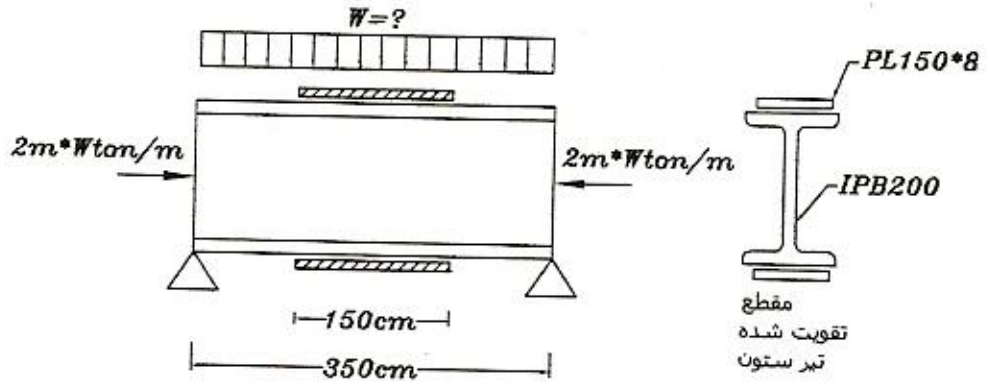


نیروی فشاری عضو BD از قاب شکل، 30ton محاسبه شده است. اگر مقطع عضو BD متشکل از دو عدد نبشی L80×8 باشد و این پروفیل‌ها به بهترین نحو به یکدیگر متصل شده باشند. (بدون پست) در این صورت، آیا عضو BD می‌تواند بار گستردهٔ P را تحمل کند؟(دراین صورت مقدار این نیروی مجاز چقدراست ؟)



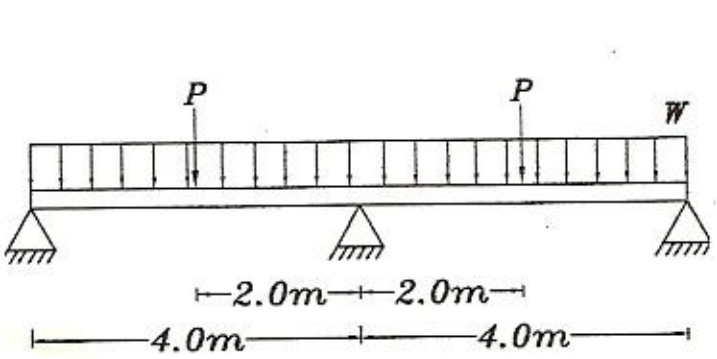
$$Fy=2400\ Kg/cm^2$$
$$E=2.1*10^6\ Kg/cm^2$$

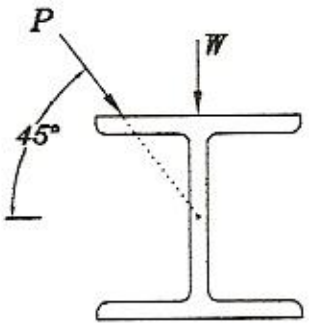
بار گسترده مجازی که می‌توان به تیر ستون با مقطع شکل وارد کرد، چقدر است؟ (ضرایبK و C_m و C_b برابر واحد فرض می‌شود.)



$$Fy=2400\ Kg/cm^2$$
$$E=2.1*10^6\ Kg/cm^2$$

مقطعی از IPB انتخاب نمایید که بتواند بارهای شکل را تحمل کند. این تیر در طول خوددارای اتکای جانبی است.





$W=2ton/m$

$P=10ton$

$F_y=2400Kg/cm^2$

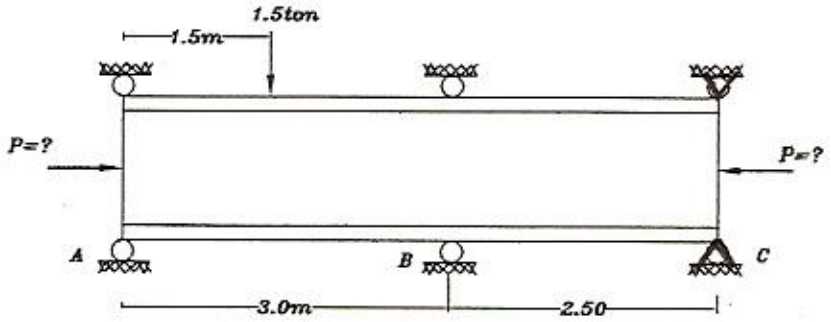
$E=2.1*10^6\ Kg/cm^2$

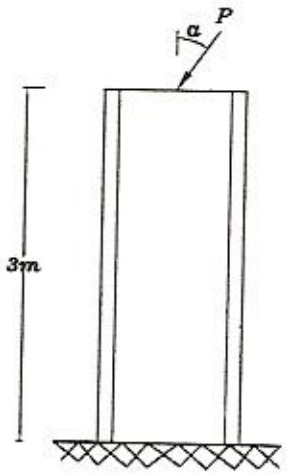
مقطع IPB

حداکثر نیروی فشاری مجاز یک عدد پروفیل IPB200 ، با شرایط زیر، مطابق آیین‌نامه چقدر می‌باشد؟ شرایط ستون:

الف- فولاد مصرفی دارای $F_y = 2400^{kg}/_{cm^2}$ و $E = 2.1\times10^6\,kg/cm^2$ است.

ب- در تکیه‌گاه میانی هیچ گونه اتکائی نسبت به محور ضعیف موجود نمی‌باشد.





$Fy=2400\ Kg/cm^2$

$E=2.1*10^6\ Kg/cm^2$

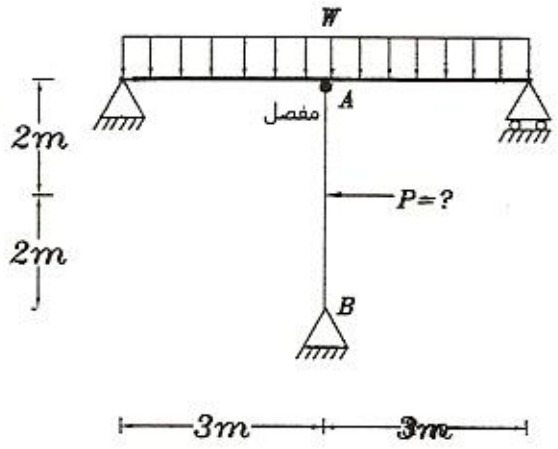
مقطع تیر ستون شکل یک عدد پروفیل IPB می‌باشد، که در طول خود دارای اتکای جانبی است. مقادیر حداکثر و حداقل نیروی فشاری (P_{max}, P_{min}) و هم چنین نیروی فشاری $P=\frac{P_{min}+P_{max}}{2}$ تحت چه زوایه‌ای به وجود می‌آید و مقادیر آن‌ها چقدر است؟

مقطع تیر ستون AB از یک عدد پروفیل IPB240 تشکیل شده است. اگر نیروی فشاری وارده بر این تیر ستون 20ton باشد. در این صورت مقدار مجاز نیروی P چقدر است؟

$Fy=2400\ Kg/cm^2$

$E=2.05*10^6\ Kg/cm^2$

$K_x=K_y=1$

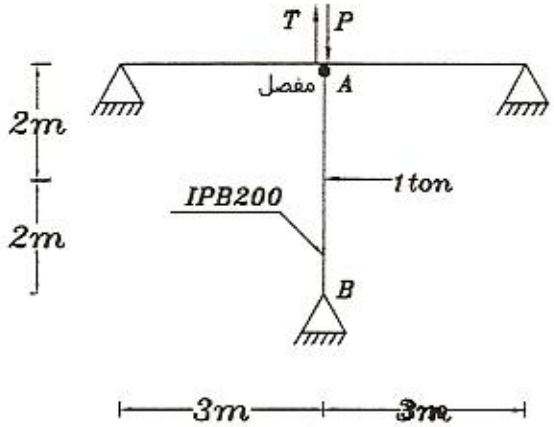


نسبت نیروی کششی مجاز به نیروی فشاری مجاز برای تیر ستونی با مقطع IPB200 تحت شرایط زیر چقدر است؟

$Fy=2400\ Kg/cm^2$

$E=2.05*10^6\ Kg/cm^2$

$K_x=K_y=1$

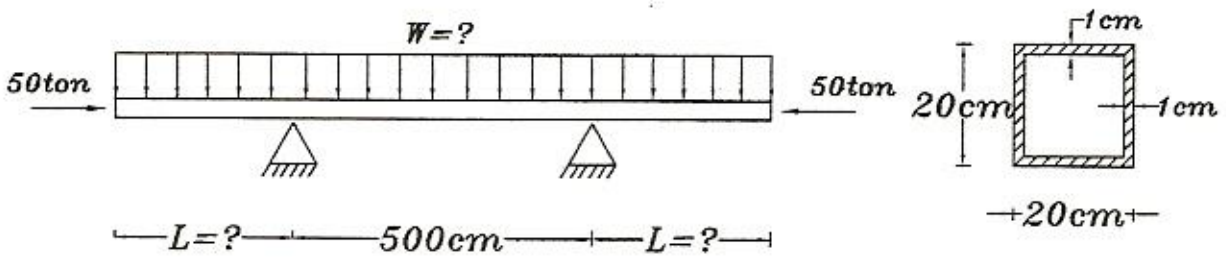


برای تیر ستون شکل، حداکثر بار گستردهٔ مجاز W بر اساس طول بهینه ، چقدر است؟

$Fy=2400\ Kg/cm^2$

$E=2.05*10^6\ Kg/cm^2$

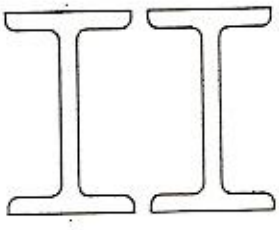
$L_b=0$ طول غیر مهاری



مقاطع تیر ستونی شکل را برای نیروهای داده شده زیر کنترل کنید و کفایت مقاطع را تعیین کنید.

مشخصات فولاد مصرفی: $E=2.1*10^{6}\ Kg/cm^{2}$; $Fy=2400\ Kg/cm^{2}$

شماره بارگذاری	$P(ton)$	$M_{x_{bot}}$ $(ton-m)$	$M_{x_{top}}$ $(ton-m)$	$M_{y_{bot}}$ $(ton-m)$	$M_{y_{top}}$ $(ton-m)$
1	63	3	2.5	1.25	1
2	71	2.5	2.25	1	0.75
3	50	3.75	3.25	1.75	1.25
4	31	1	0.75	2.25	2
5	20	1.25	1	3.5	3.25

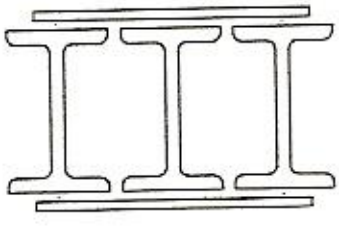


2IPE240

$Lx=400cm$ $Kx=1.35$ $Cmx=0.85$

$Ly=200cm$ $Ky=1.35$ $Cmy=0.85$

$Check_{max}=1.35$ جواب:(مقطع ضعیف است)



3IPE180+2PL200*10

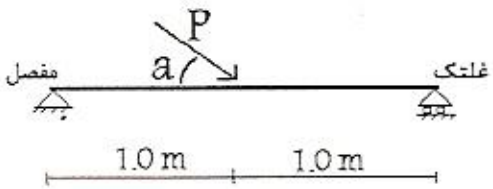
$Lx=300cm$ $Kx=1.20$ $Cmx=0.85$

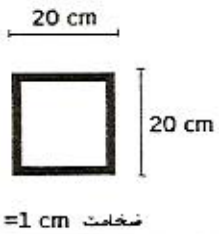
$Ly=300cm$ $Ky=1.30$ $Cmy=0.85$

$Check_{max}=0.98$ جواب:(مقطع مناسب و اقتصادی است)

مقادیر حداکثروحداقل نیروی P (P_{min} , P_{max}) برای تیر ستون شکل چقدر است ؟ اگر نیروی

$P = \frac{P_{min} + P_{max}}{2}$ تحت زاویه a به تیر ستون وارد شوددر این صورت زاویه a چقدر است؟





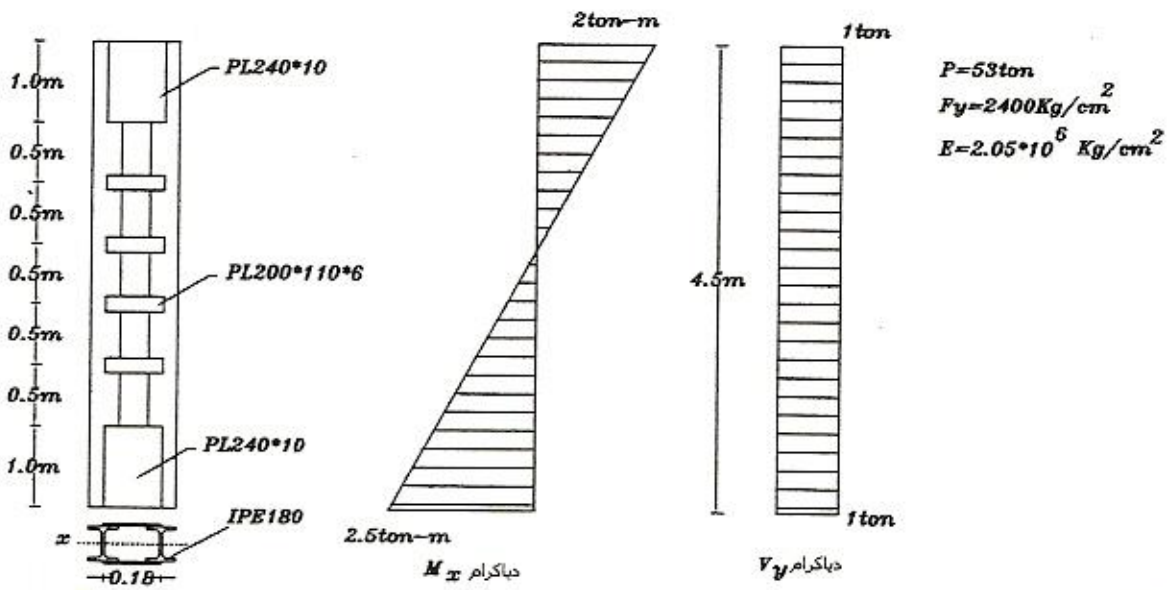
F_y=2400 kg/cm2

$E=2.10*10^6$ kg/cm2

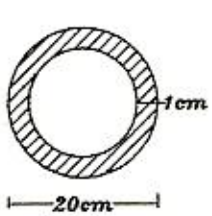
L_b=2.0m

دیاگرام‌های لنگر خمشی و نیروی برشی برای تیر ستون شکل، مطابق زیر داده شده است.

حداکثر تنش‌های ایجاد شده در مقطع اصلی ستون و هم چنین در بست‌های افقی چقدر است؟



یک تیر ستون، با مقطع لوله‌ای که در فواصل سه متری دارای اتکای جانبی است و عدم مهاربندی شده می‌باشد، تحت اثر نیروی فشاری 10ton قرار گرفته است. در این صورت حداکثر لنگر خمشی مجاز برای این تیر ستون چقدر است؟

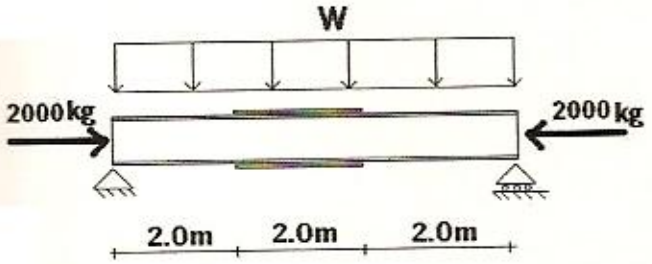


$Fy=2400Kg/cm^2$

$E=2.05*10^6$ Kg/cm2

$K_x = K_y = 1.5$

حداکثر بارگسترده مجازی که می توان به‌تیرستون‌شکل زیر وارد کرد چقدراست؟



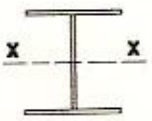
$E=2.10*10^6$ kg/cm2 $F_b=1440$ kg/cm2

$F_y=2400$kg/cm2

IPB 240 :

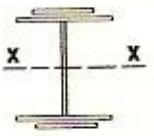
A=106 cm2 r_x=10.30cm r_y=6.06 cm s_x=938 cm3

t_w=1 cm d= 24cm b_f=24cm t_f=1.7 cm



IPB 240

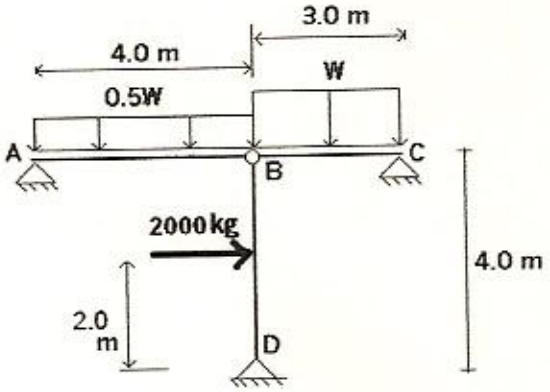
مقطع بدون تقویت



IPB 240
+2PL200*10

مقطع با تقویت

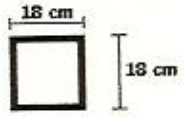
حداکثر بارگسترده مجازW برای سازه شکل زیر چقدر است ؟



تنش مجاز خمشی $F_b=1440$ kg/cm2

تنش تسلیم $F_y=2400$ kg/cm2

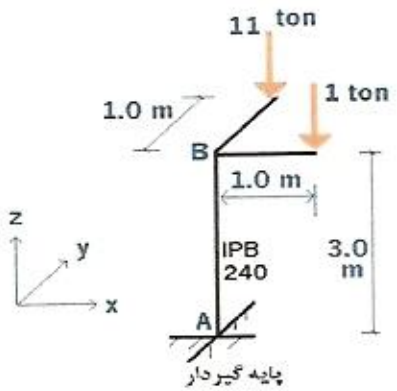
ضریب الاستیسیته $E=2.1*10^6$ kg/cm2

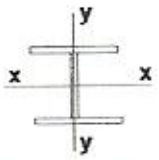


(ضخامت 0.6 cm)

مقطع کلیه اعضا

بارهای وارد برتیر ستون AB مطابق شکل زیر داده شده است.تقریبا چند درصد از ظرفیت مجاز این تیر ستون استفاده شده است؟





مقطع تیرستون AB

تنش های مجاز خمشی

F_{bx} =1440 kg/cm2

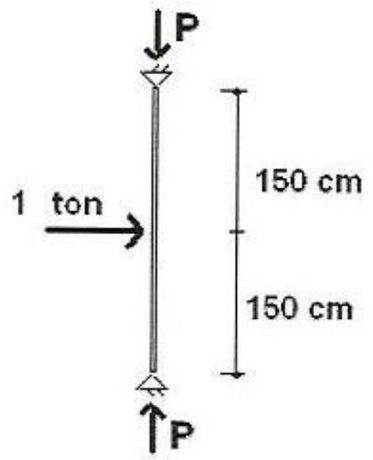
F_{by} =1800 kg/cm2

IPB 240 :

A=106 cm2 r_x=10.30cm r_y=6.06 cm s_x=938 cm3

s_y=327 cm3 d= 24cm b_f=24cm t_f=1.7 cm

یک ورق به مساحت چهل سانتیمتر مربع (ابعاد $40_{cm} * 1_{cm}$) وطول ۳ متر مورد نظر است طرح برش این ورق را به‌صورتی ارائه دهید که بتوان از اتصال ورق های برش خورده به‌یک مقطع عضو تیرستون رسید که بیشترین نیروی مجاز فشاری رابتواند تحمل کند در این صورت مقدار این نیروی مجاز فشاری چقدر است؟



$F_y = 2400\ kg/cm^2$ فولاد مصرفی

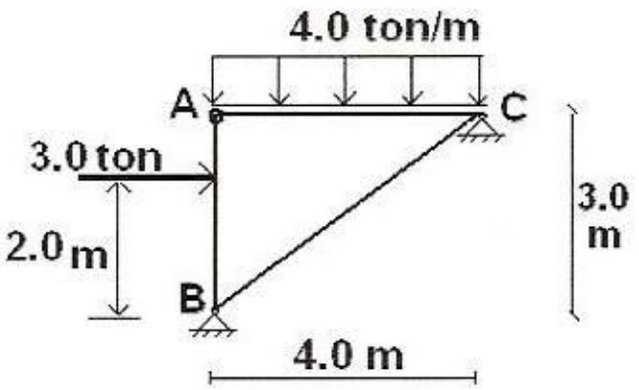
$E = 2.1 * 10^6\ kg/cm^2$

$L_y = 100\ cm$ طول عرشهاری نسبت به محور ضعف

$L_x = 300\ cm$ طول عرشهاری نسبت به محور قوی

توضیح اینکه خمش حول محور قوی اتفاق می افتد

مقطع تیرستون AB را از دو پروفیل IPE به هم چسبیده طراحی نمایید



$F_Y = 2400\ \frac{kg}{cm^2}$

$E = 2100000\ \frac{kg}{cm^2}$

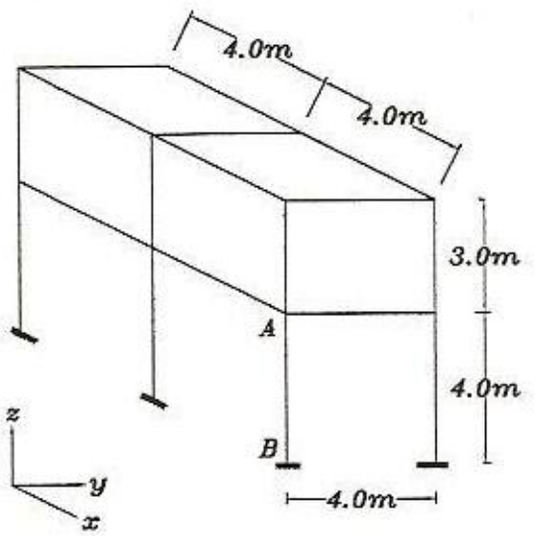
$L_b = 3.0m$ طول غیر مهاری

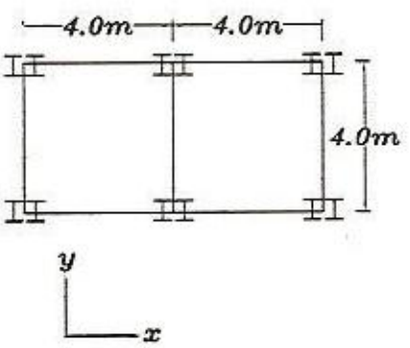
II مقطع تیرستون

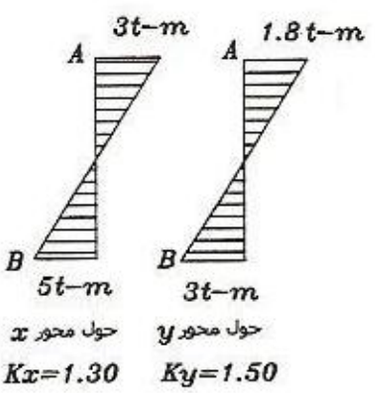
با فرض این که نیروی فشاری ستون AB برابر 50ton باشد. در این صورت مطلوبست طرح ستون از دو عدد پروفیل IPE به هم چسبیده، با توجه به مشخصات زیر:

$Fy=2400\ Kg/cm^2$

$E=2.05*10^6\ Kg/cm^2$





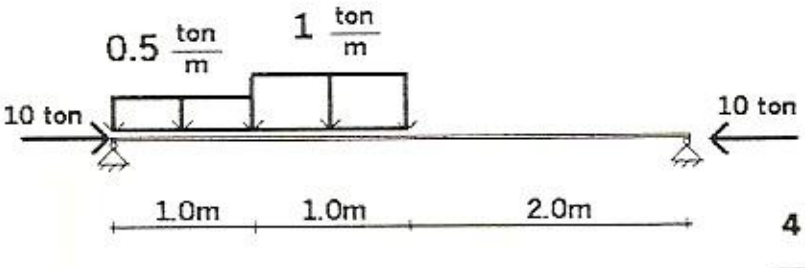


حول محور x $Kx=1.30$

حول محور y $Ky=1.50$

لنگرخمشی

روابط اصلی تیرستون هارا برای المان شکل زیر کنترل نمایید



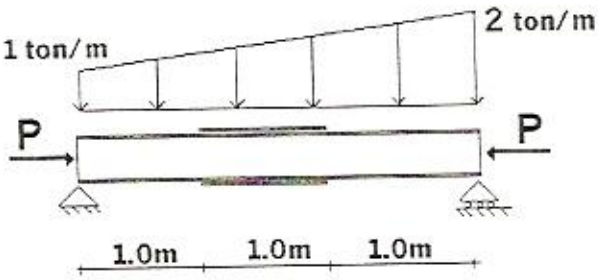
4 PL 12 * 1 (cm cm)

F_b=1440 kg/cm2 تنش مجاز خمشی

F_y= 2400 kg/cm2 تنش تسلیم

L_b =200 cm

حداکثر نیروی مجازی که می توان به تیرستون شکل زیر وارد کرد چقدراست؟



IPB 240 :

A=106 cm2 r_x=10.30cm r_y=6.06 cm s_x=938 cm3

t_w=1 cm d= 24cm b_f=24cm t_f=1.7 cm

K_x=1.0 K_y=1.0 L_b=0

F_b=1440 kg/cm2

F_y=2400kg/cm2

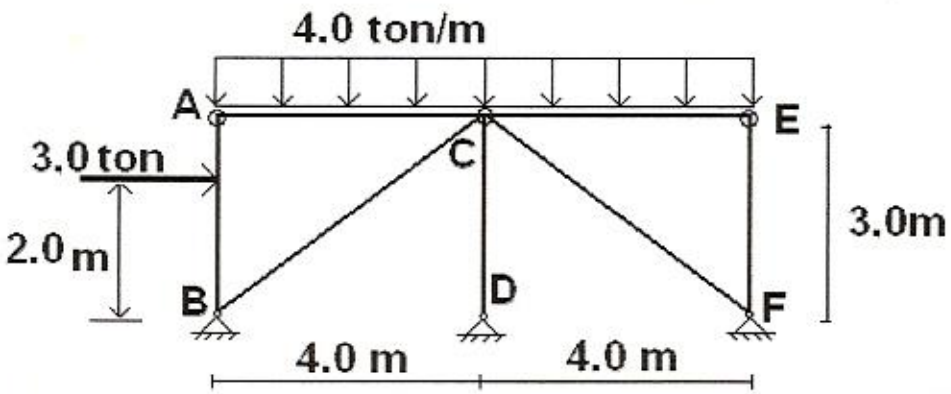
IPB 240

مقطع بدون تقویت

IPB 240 +2PL200*10 mm

مقطع با تقویت

مقطع تیرستون AB را از سه پروفیل IPE به هم چسبیده طراحی نمایید



$F_Y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$

$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$

L_b=3.0m طول غیر مهاری

III مقطع تیرستون